**مثال 6-2-3**

اوجد تعقيد الخوارزمية إذا كانت معادلتها التكرارية تعطى بالعلاقة

$$T(n) = \sqrt{n}\,T(\sqrt{n}) + n\,, n > 1$$

وضعت

$$n = 2^{2^m} \quad (1)$$

اخذت اللوغاريتم بالنسبة للاساس 2

$$\lg n = 2^m$$

أخذنا اللوغاريتم مرة اخرى فكان الناتج هكذا

$$\lg\lg n = m$$

الآن تماما انطلاقا من العلاقة (1) إن اخذ الجذر التربيعي لعدد يعني أن نقسم أس هذا العدد على 2

$$n = 2^{2^m} \Rightarrow \sqrt{n} = 2^{2^{m-1}} \quad (2)$$

وبما أن الأس في حالتنا هذه يساوي $2^m$ فان قسمة هذه الكمية على 2 يعطينا $2^{m-1}$ الان وكما في المثال السابق 5-2-3

$$T(n) = T(2^{2^m}) \Rightarrow T(\sqrt{n}) = T(2^{2^{m-1}})$$

ثم افرض ان

$$T(2^{2^m}) = S(m) \Rightarrow T(2^{2^{m-1}}) = S(m-1)$$

سأعوض عن العلاقتين (1) و (2)

$$T(n) = \sqrt{n}\,T(\sqrt{n}) + n \Rightarrow S(m) = 2^{2^{m-1}}\,S(m-1) + 2^{2^m}$$

$$\therefore S(m) = 2^{2^{m-1}}\,S(m-1) + 2^{2^m}$$

بعد ذلك نتابع النزول داخل العلاقة التكرارية

$$S(m) = 2^{2^{m-1}}\left[2^{2^{m-2}}\,S(m-2) + 2^{2^{m-1}}\right] + 2^{2^m} = 2^{(2^{m-1}+2^{m-2})}S(m-2) + 2^{2^m} + 2^{2^m}$$

واضح أن النزول سيتوقف عندما نصل إلى S(0) الذي سيساوي كمية ثابتة لن تؤثر على تعقيد الخوارزمية كما هو المعلوم بطبيعة الحال .

لاحظ إن هناك $2^{2^m}$ إضافية ظهرت عندما قمنا بالنزول أي إن هناك توافق بين عدد ال$(2^{2^m})$ المضافة و عمق النزول أو مستوى النزول داخل العلاقة التعاودية

$$S(m) = AS(m-i) + i2^{2^m}$$

أي عندما أكون في العمق i أو في المستوى i فإني سأضيف $2^{2^m}$ عددا من المرات يساوي i .

نفس الكلام في ما يتعلق بالكمية المضروبة في المرة الأولى ضربت في $2^{2^{m-1}}$ ثم في $2^{2^{m-2}}$ الخ

طبعا عن الضرب نجمع الأسس وبالتالي فان مجموع الأسس يحسب بالعلاقة

$$\sum_{i=1}^{m-1} 2^{m-i} = -1 + \sum_{i=0}^{m-1} 2^i = -1 + 2^m - 1$$

طبعا هذا الأمر معروف من خواص المجاميع , أضف إلى ذلك أننا أضفنا صفر إلى دليل المجموع (i=0) وفي المقابل أضفنا سالب واحد وذلك لان $2^0 = 1$ وهكذا فان

$$S(m) = 2^{2^m-2}S(0) + m2^{2^m} = 2^{2^m-2} \cdot b + m2^{2^m} = 2^{2^m}(2^{-2} \cdot b) + m2^{2^m}$$

وأكيد أن $m2^{2^m}$ أكثر تسارعا من $2^{2^m}$ ,ا لثوابت المتبقية من عملية جمع الأسس والتي لن تؤثر على التعقيد