

الخوارزميات و الخيارات ١

د. خليل السعيد

لا شك بأن تعريف الخوارزمية كونها سلسلة مترابطة و منطقية من الأوامر أو الخطوات التي تسمح بالانتقال من معطيات (مداخل) المسألة إلى حلها (مخرجاتها) هو -حسب إجماع المتخصصين- التعريف الحدسي (المبسّط) للخوارزمية. فالتعريف الدقيق و الشامل هو أمر غاية في التعقيد، إذ لم يتوصل أحد من العلماء المتخصصين، و لا حتى مدارس علمية متخصصة بأكملها إلى التعريف الدقيق للخوارزمية. و لا غرابة في أن يلجأ معظم علماء الرياضيات المعاصرين إلى وصف نظرية الخوارزميات على أنها أعقد فروع الرياضيات قاطبة. و لأن ذهب الفيزيائيون إلى الاعتقاد بأن رياضيات القرن الحادي و العشرين ستكون نواتها الهندسة التفاضلية، و لأن قال الفلاسفة المعاصرون بأنها ستستند إلى المنطق الرياضي، فإن علماء الذكاء الاصطناعي يؤكدون على أن تطور الرياضيات في القرن الحادي و العشرين سيكون مرهوناً بصورة رئيسية بتطور نظرية الخوارزميات.

لن نقم هنا القارئ بصورة مفاجئة في تعقيدات و تشعبات تلك النظرية، بل سنحاول نقله إليها بصورة هادئة و سلسة. و بالطبع فإن مقالاً واحداً لن يعطي هذه المهمة حقها، إذ هي تتطلب سلسلة مديدة من المقالات و الشروح، هذا إلى جانب الكفاءة و المواظبة من القارئ.

إن التعريف المهني للخوارزمية يعني -باختصار- صياغة الآلة الرياضية الكاملة و الدقيقة التي تتناول مدخلات أية مسألة و تفضي إلى مخرجاتها على صورة حل دقيق و شامل أو إلى إثبات استحالة الحل. و يقصد هنا بالآلة الرياضية ما ورد في المراجع المختلفة من مسميات لآلات تيورينغ و بوست و غيرها، أو الدالة الرجعية (recursive function) و مشتقاتها من المسميات الأخرى.

لماذا نقول الحل الدقيق و الشامل؟

إن هذا التعبير ينبع من كون المسائل المعقدة التي تشكل مادة و جوهر نظرية الخوارزميات تفضي إلى عدد كبير بل و هائل من الحلول التي يتطلب انتقاء الحل الأمثل منها اعتماد استراتيجيات متنوعة و غير متجانسة في الحل تتطلب بدورها استهلاك الوقت و الموارد الحاسوبية بصورة هائلة، و في بعض الأحيان بصورة كارثية. و نقصد هنا بالكارثية أن عدداً من المسائل يتطلب عشرات و حتى مئات السنين من العمل المتواصل على أحدث الحواسيب، و ربما سنعود فيما بعد لتناول هذا الموضوع بشيء من التفصيل.

طالما أننا قد ذكرنا اعتماد استراتيجيات متنوعة و غير متجانسة في الحل فإننا قد قصدنا هنا الوقوف أمام خيارات متعددة في الحل بغية تلبية معايير معينة. و قضية الخيارات هي إحدى القضايا المركزية في نظرية الخوارزميات، بل هي المدخل الحقيقي إلى كنه هذه النظرية. لذا لا بد من البدء بالخيارات كنقطة انطلاق في ولوجنا إلى عالم الخوارزميات.

سنبدأ إذاً بشرح مفهوم الخيارات و إيضاحه ببعض المسائل الشهيرة.

إن العدد الكثير من المسائل الرياضية يمكن تصنيفه على أنه مسائل اختيار، أي اختيار حل ما ضمن مجموعة من الحلول قيد البحث.

دعونا نتناول بعض هذه الأمثلة:

لنفرض أن لدينا مجموعة من المدن (هي مدن الوطن العربي ذات المطارات الدولية). يمكننا التنقل بين أي مدينتين إما مباشرة أو عبر مدينة ثالثة أو أكثر. و لنفرض أن العلاقة بين أية مدينة و أخرى تتصل بها برحلة جوية مباشرة يمكن التعبير عنها بواسطة قيمة التذكرة. و علينا الانتقال من مدينة إلى أخرى بأدنى تكلفة ممكنة لمجموعة التذاكر. أي سيكون هناك عدد من المسارات

بين تلكما المدينتين بحيث تختلف تلك المسارات فيما بينها بمجموع قيمة التذاكر.
و نحن أمام مسألة اختيار المسار ذا القيمة الدنيا لمجموع التذاكر.

مسألة شهيرة أخرى هي أنه لدينا العدد n من الآلات و العدد m من القطع المطلوب صنعها بحيث يمكن تصنيع أية قطعة على أية آلة و لكن زمن تصنيع كل قطعة يختلف من آلة إلى أخرى. بعبارة أخرى ستتولد لدينا مصفوفة $n \times m$ بحيث يعني تقاطع كل سطر مع عمود زمن تصنيع القطعة من العدد m على الآلة من العدد n و علينا اختيار كيفية توزيع القطع على الآلات بحيث يكون زمن تصنيع مجموع القطع أصغرياً.

و المسألة الثالثة هي مسألة الأحجار. فإذا كانت لدينا مجموعة من الأحجار المختلفة حسب وزن كل منها. علينا الإجابة على السؤال: هل يمكن فصل مجموعة الأحجار تلك إلى مجموعتين جزئيتين متساويتين في الوزن أم لا؟
و الآن فلنجب على السؤال التالي: ما هي الصفات الجامعة للمسائل الثلاث الواردة أعلاه؟

أولاً- وجود مجموعة محدودة (منتهية) من الحلول لكل مسألة.

ثانياً- لكل حل نختاره من مجموعة الحلول يوجد مؤشر كمي.

ثالثاً- يتعين إما اختيار الحل الأمثل من ضمن مجموعة الحلول وفق الشروط المذكورة مسبقاً في نص المسألة أو إثبات (أو نفي) وجود ذلك الحل.

قد تتطلب بعض المسائل إيجاد الحل الأمثل و قد يتطلب بعضها الآخر تحديد مؤشرات الكمية فقط. و هذا ما نلمسه بصورة واضحة في المسألتين الأولى و الثانية. و توجد عدة مئات من المسائل من هذا النوع تتمتع بقيمة نظرية و عملية.

إن نظرة أولية إلى هذه المسائل تفضي إلى استنتاج منطقي مفاده أن علينا ببساطة إيجاد مجموعة الحلول لكل مسألة و اختيار الأمثل منها. و هنا بيت

القصيد في مفهوم الخيارات. فما العمل لو كانت مجموعة الحلول للمسألة التي نتناولها من الضخامة بحيث أن بحثها و مقارنتها لاختيار الأمثل منها قد يتطلب جهداً و وقتاً هائلاً، هذا إن لم يكن ذلك مستحيلاً؟ و هنا نتوقف أمام كلمة (مستحيل). فنحن هنا نقصد الاستحالة فيما لو كان الحل يدوياً (دون استخدام الحاسوب). و مثل هذه المسائل كانت قبل ظهور الحاسوب تصنف على أنها مستحيلة الحل (أو من غير المتاح عملياً إيجاد حل لها). بيد أن ظهور الحاسوب قد فتح الباب واسعاً أمام بحث و تطوير و تطبيق هذا النوع من المسائل، بل و أدى إلى نشوء مسائل جديدة. و بالرغم من ذلك فإن المشكلة قد ظلت قائمة، و هي أنه ما زال هناك الكثير من المسائل ذات القيمة العملية (و ليس النظرية فحسب) على درجة من الضخامة و التعقيد بحيث تعجز أحدث و أسرع الحواسيب عن التعامل معها بصورة فعالة.

وضعت تداعيات هذه المشكلة علماء الرياضيات أمام مسألة جديدة من نوعها تتلخص فيما يأتي:

هل هناك من قواعد و مزايا محددة في المسألة قيد البحث تسمح بإيجاد الحل الأمثل لها دون اللجوء إلى البحث و المقارنة لسائر مجموعة حلولها؟ و هل هناك ثمة أسلوب أو منهج موحد يمكن اعتماده لصنف بحاله من المسائل؟ و ما هي الأسس النظرية لذلك الأسلوب أو المنهج؟ و ما هي أوجه الشبه و الاختلاف بين أسلوب و آخر في الحل؟ و ما هو الحل الدقيق، و ماذا يعني الحل التقريبي لمسألة ما؟ و كيف يتسنى لنا التقييم النوعي للحل التقريبي؟ و هل من الممكن دوماً إيجاد الحل التقريبي بصورة أبسط بكثير من الحل الدقيق؟ و ماذا نعني بدرجة تعقيد المسألة و كيف السبيل إلى قياسها؟ و هل من سبيل إلى تحويل المسألة إلى مجموعة من المسائل الأصغر و الأبسط، و هل هذا الأسلوب ناجع دوماً؟

إن العقود الثلاثة الماضية قد أفضت إلى الإجابة الجزئية على بعض هذه الأسئلة البسيطة في ظاهرها و المتشعبة و المعقدة للغاية في جوهرها. فقد تم

على سبيل المثال إثبات أن مسألتين مختلفتين تماماً يمكن حلها بذات الطريقة، و في نفس الوقت يمكن لتعديل طفيف على إحداها أن يحولها إلى مسألة أخرى تماماً لا تصلح هذه الطريقة لحلها بحال من الأحوال. كما تم التيقن من أن الحل التقريبي لا يمنحنا دوماً الاختصار المنشود في الوقت بالمقارنة مع الحل الدقيق.

هذا ما سنتناوله بشيء من التفصيل مع الأمثلة في المقال التالي.