

البحث الثنائي

Binary Search

تعريف :

عندما يُطلب من أحدنا البحث عن شيء فإنه يبدأ من الصفر إلى النهاية كي يجده و يعتقد أنه لن يستطيع توفير أي وقت في البحث و ذلك لأنه في حال غرض النظر عن أي مكان فإنه من الممكن أن يكون هنالك الشيء الذي تبحث عنه .
بكلام برمجي آخر ، عندما نبحث في اللائحة فإننا نبحث و نحن على يقين بأنها عشوائية ، لذا فلا يوجد حل إلا بالبحث المتتالي و الذي يجب أن يكون من البداية إلى النهاية أو حتى إيجاد المفتاح (العنصر الذي نبحث عنه)

```
For(i=0 ; i<n; i++)
{
    if(key==a[n])
        return n;
}
```

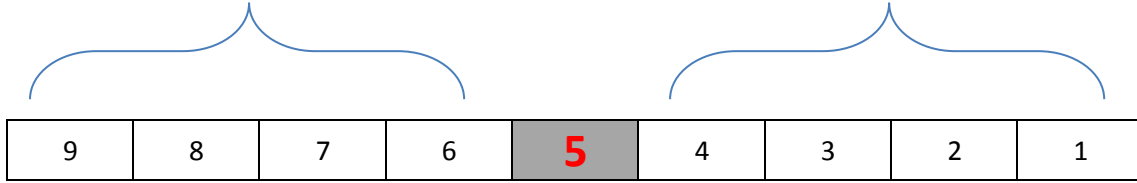
و عندما يصل العداد إلى n فهذا يعني أنه لم يعثر على المفتاح

و لكن أحياناً تكون اللائحة ضخمة جداً و يصبح من الصعب البحث في كل حجرة ، لذا فمن الأولى أن نطبق البحث الثنائي :

- 1- أولاً ... يتم ترتيب العناصر فيها (تصاعدياً أو تنازلياً)
- 2- تعيين العنصر الذي في المنتصف mid و يسمى الجذر root و ذلك عن طريق المتوسط الحسابي لأكبر و أصغر رقمين
- 3- تقسيم اللائحة إلى قسمين ، قسم أكبر من العنصر mid " يسار " و قسم أصغر من العنصر mid " يمين "
- 4- تعيين جذر لكل غصن (قسم أكبر و قسم أصغر) و تكرار ما تم فعله في الخطوة 2 حتى نصل إلى آخر و أول عنصرين

نحسب المتوسط الحسابي لأكبر و أصغر رقم في كل قائمة ، High=9 , Low=1

$$\text{Root} = \frac{1 + 9}{2} = 5$$



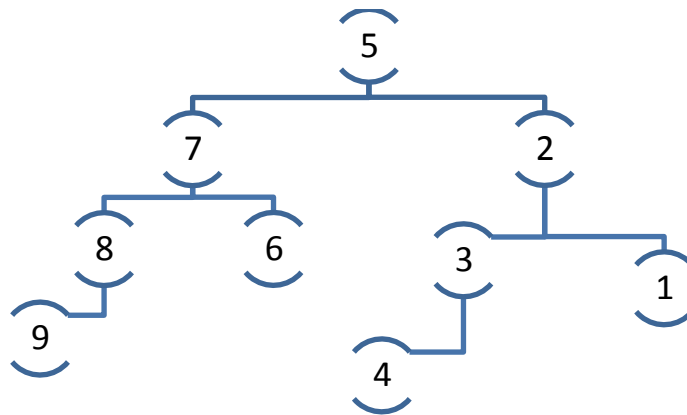
$$\text{Root} = \frac{1 + 4}{2} = 2.5$$

نقوم بتقريب الرقم و يجوز إلى 2 و يجوز إلى 3 ، يفضل 2 لأنها أسهل برمجياً

$$\text{Root} = \frac{6 + 9}{2} = 7.5$$

نقوم بتقريب الرقم و يجوز إلى 7 و يجوز إلى 8 ، لكن سنختار 7 لنفس السبب السابق

في رسم الشجرة الثنائية ، نضع الجذر في المنتصف و الأعداد الأكبر في الغصن اليساري و الأعداد الأصغر في الغصن اليميني



الكود بطريقة تكرارية

```
int search(int a[],int key,int hi,int lo)    //hi=array.length & lo=0
{

    int m;
    while(hi>=lo)
    {
        m=(hi+lo)/2;
        if(key<a[m])
        {
            hi=m-1;

        }
        else if(key>a[m])
        {
            lo=m+1;

        }
        else
            return m;
    }
    return -1;
}
```

الكود بطريقة تعاودية

```
int search(int a[],int key,int hi,int lo)
{

    int m;
    if(hi<lo)
        return -1;
    else
    {
        m=(hi+lo)/2;
        if(key<a[m])
        {
            hi=m-1;
            search(a,key,hi,lo);
        }
        else if(key>a[m])
        {
            lo=m+1;
            search(a,key,hi,lo);
        }
        else
            return m;
    }
}
```

التحليل الزمني:

في أفضل الأحوال :

إذا كان العنصر المراد البحث عنه في منتصف المصفوفة

$$O(n)=1$$

في أسوأ الأحوال :

إذا كان العنصر المراد البحث عنه هو أكبر قيمة \ أو أصغر قيمة في المصفوفة

سنناقش حالة العدد هو العدد الأصغري في المصفوفة :

$$hi = n$$

$$lo=0$$

$$m = \frac{hi}{2}$$

$$hi = m - 1$$

نحرب بطريقة تكرارية

$$hi = m - 1 \quad m = \frac{m - 1}{2}$$

$$hi = \frac{m - 3}{2} \quad m = \frac{m - 3}{4}$$

$$hi = \frac{m - 7}{4} \quad m = \frac{m - 7}{8}$$

$$hi = \frac{m - 15}{8} \quad m = \frac{m - 15}{16}$$

نستنتج الشكل العام لـ n :

$$T(n) = \frac{m - (2^{k+1}) - 1}{2^k}$$

$$T(n) = \frac{\frac{n}{2} - (2^{k+1}) - 1}{2^k}$$

بما أن الحلقة التكرارية لا تنتهي في أسوأ الأحوال إلا إذا كان $lo \geq hi$ و في حالتنا يجب أن يكون العدد hi صفر أو سالب كي تنتهي الحلقة . سنستخدم المساواة لأنه التابع تناقصي و إذا وصل للصفر فسيستمر و يصبح سالب .

$$\frac{n}{2} - (2^{k+1}) - 1 = 0$$

$$\frac{n}{2} = (2^{k+1}) + 1$$

$$n = (2^{k+2}) + 2$$

$$n - 2 = 2^{k+2}$$

$$\frac{n - 2}{4} = 2^k$$

$$k = \log_2\left(\frac{n - 2}{4}\right)$$

إذاً التعقيد لخوارزمية البحث الثنائي لوجاريتمي :

$$O(n) = \log(n)$$

أما بالنسبة للبحث الخطي فالتعقيد خطي لأنه حلقة تكرارية وحيدة طولها n

$$O(n) = n$$