

سادسا : الجبر الخطي (Linear Algebra) :

يعرف علم الجبر الخطي العديد من العمليات الرياضية التي تطبق على المصفوفات ثنائية البعد إضافة إلى خصائص هذه العمليات الرياضية ، وهذه العمليات هي :

- ١- الجمع .
 - ٢- الضرب .
 - ٣- الرفع إلى قوة .
 - ٤- إيجاد الـ (Determinant) للمصفوفة .
 - ٥- إيجاد الـ (Reduced Row Echelon Form) للمصفوفة .
 - ٦- إيجاد الـ (Inverse) للمصفوفة .
 - ٧- إيجاد الـ (Eigen Values) و الـ (Eigenvectors) للمصفوفة .
 - ٨- إيجاد الـ (Characteristics Polynomial) للمصفوفة .
 - ٩- إيجاد الـ (Singular Values) للمصفوفة .
 - ١٠- تحليل المصفوفات اعتمادا على القيم و الخصائص السابقة الذكر .
 - ١١- حل المعادلات الخطية .
- و سنقوم بشرح مجمل لبعض هذه العمليات و مفصل للبعض الآخر لاحقا و ذلك لأهمية هذه العمليات على دراسة استقرار نظم التحكم .

سابعا : الـ (Array) :

في علم المصفوفات هناك نوعين من المصفوفات :

- ١- مصفوفات (Matrix) .
- ٢- مصفوفات (Array) .

في كثير من الأحيان يتداخل هذين النوعين مع بعضهما البعض ، و ذلك لشدة تشابههما مع بعضهما البعض ، و الفرق بينهما هو أن المصفوفات (Matrix) تستخدم في الجبر الخطي (Linear Algebra) ، بينما المصفوفات (Array) لا تستخدم في الجبر الخطي (Linear Algebra) .

في الجبر الخطي عندما نريد جمع مصفوفة مع مصفوفة أخرى فإننا عمليا نقوم بجمع مصفوفتين مع بعضهما البعض، وعندما نريد ضرب مصفوفة مع مصفوفة أخرى فإننا نقوم بضرب مصفوفتين بعضهما البعض { يجب أن يكون عدد أعمدة المصفوفة الأولى "على اليسار" تساوي عدد أسطر المصفوفة الثانية "على اليمين" مع الأخذ بالعلم أن الضرب هنا غير تبديلي } و نفس الأمر بالنسبة للرفع إلى قوة ، وذلك لأن تحليل المصفوفات و إيجاد خصائص المصفوفات يعتمد على طريقة جمع و ضرب المصفوفات مع بعضها البعض .

أما خارج الجبر الخطي { حيث نستخدم مصفوفات (Array) } فإن العمليات الرياضية و الحسابية تطبق على كل عنصر على حده في المصفوفة ، أي أننا إذا أردنا أن نجمع مصفوفة مع مصفوفة أخرى فإن ذلك عمليا يعني أن نجمع كل عنصر مع العنصر المقابل له في المصفوفة الأخرى و عندما نريد ضرب مصفوفة مع مصفوفة أخرى فإن ذلك عمليا يعني أن نضرب كل عنصر مع العنصر المقابل له في المصفوفة الأخرى { يجب أن تكون المصفوفتين لهما نفس عدد الأسطر و نفس عدد الأعمدة } و نفس الأمر بالنسبة للرفع إلى قوة .

• ملاحظة:

— نلاحظ أنه لا فرق بين عملية الجمع في الـ (Matrix) و عملية الجمع في الـ (Array) و الفرق بينهما في عملية الضرب { و بالتالي الرفع إلى قوة أيضا } .

— أيضا لا يوجد هناك فرق في عملية إيجاد منقول مصفوفة (Matrix) و مصفوفة (Array) { بشرط أن لا تكون المصفوفة عقدية } .

في MATLAB يتم التفريق بين العمليات على الـ (Matrix) و الـ (Array) عن طريق النقطة (.) ، و يوضح الشكل التالي هذا الأمر { العمليات الحسابية للـ (Matrix) على اليسار و للـ (Array) على اليمين :

+	Addition	+	Addition
-	Subtraction	-	Subtraction
*	Multiplication	.*	Element-by-element multiplication
/	Division	./	Element-by-element division
\	Left division (described in "Matrices and Linear Algebra" in the MATLAB documentation)	.\	Element-by-element left division
^	Power	.^	Element-by-element power
'	Complex conjugate transpose	.'	Unconjugated array transpose

مثال : بفرض لدينا المصفوفة (A) التالية :

```
A = [16    3    2   13
      5   10   11    8
      9    6    7   12
      4   15   14    1 ]
```

فإن ضرب المصفوفة (A) مع نفسها على اعتبار أن (A) هي (Array) سيعطينا الجواب التالي :

```
A.*A

ans =
    256     9     4   169
     25   100   121    64
     81    36    49   144
     16   225   196     1
```

و من الفوائد المهمة للمصفوفات (Array) هناك بناء الجداول (Building Tables) ، والمثال التالي يوضح هذه الفكرة:

```
n = (0:9)';
pows = [n n.^2 2.^n]
```

إن العبارة الأخيرة تبني لنا جدولاً مكون من ثلاثة أعمدة ، في العمود الأول تتوضع الأعداد من صفر و حتى ٩ ، و في العمود الثاني تتوضع مربعات الأعداد من صفر و حتى ٩ و في العمود الأخير يتوضع ناتج رفع العدد ٢ إلى القوى من صفر و حتى ٩ :

```
pows =
    0     0     1
    1     1     2
    2     4     4
    3     9     8
    4    16    16
    5    25    32
    6    36    64
    7    49   128
    8    64   256
    9    81   512
```

كما أن التوابع (الدوال) الرياضية الأساسية تتعامل مع المصفوفات على أنها مصفوفات من النوع (Array) ، و المثال التالي يوضح هذه الفكرة :

```
x = (1:0.1:2)';
logs = [x log10(x)]
```

تنشئ التعليمات السابقة جدولاً للوغاريتمات (Logarithms) الأعداد من ١ وحتى ٢ و بخطوة مقدارها ٠,١ :

```
logs =
    1.0         0
    1.1    0.04139
    1.2    0.07918
    1.3    0.11394
    1.4    0.14613
    1.5    0.17609
    1.6    0.20412
    1.7    0.23045
    1.8    0.25527
    1.9    0.27875
    2.0    0.30103
```

• ملاحظة :

الفصلة المنقوطة (;) في نهاية التعليمات تعني تنفيذ العمليات الحسابية دون إظهار النتائج .

ثامنا : تحليل المعطيات :

يقوم MATLAB بتحليل المعطيات لكل عمود على حده في المصفوفات ، و بالتالي نقوم بوضع المتحولات في أعمدة المصفوفة ، و نضع المراقبين { تطبيق عليهم تغيرات المتحولات } في أسطر المصفوفة ، والمثال التالي يوضح هذه العملية: بفرض لدينا مجموعة من المعطيات مقسمة إلى ثلاثة متحولات :

١ - عدد نبضات القلب في الدقيقة .

٢ - الوزن .

٣ - عدد ساعات التمرين خلال أسبوع .

و لنفرض أنه لدينا خمسة أشخاص { مراقبين } نأخذ لهم قراءات هذه المتحولات الثلاثة ، وجدنا أن النتيجة كانت كالتالي :

```
D = [ 72      134      3.2
      81      201      3.5
      69      156      7.1
      82      148      2.4
      75      170      1.2 ]
```

السطر الأول يحتوي على عدد نبضات القلب في الدقيقة و الوزن و عدد ساعات التمرين خلال أسبوع للمريض الأول .

السطر الثاني يحتوي على عدد نبضات القلب في الدقيقة و الوزن و عدد ساعات التمرين خلال أسبوع للمريض الثاني .

السطر الثالث يحتوي على عدد نبضات القلب في الدقيقة و الوزن و عدد ساعات التمرين خلال أسبوع للمريض الثالث .

بعد أن جمعنا المعلومات (البيانات أو المعطيات) بإمكاننا الآن أن نطبق العديد من التوابع (الدوال) في MATLAB الخاصة بتحليل المعطيات .

مثلا : لإيجاد القيمة المتوسطة لكل عمود نستخدم التعليمة (mean) ، و لإيجاد الانحراف المعياري لكل عمود نستخدم التعليمة (std) :

```
mu = mean(D), sigma = std(D)

mu =
    75.8    161.8     3.48

sigma =
    5.6303    25.499     2.2107
```

وللحصول على قائمة بتوابع و دوال تحليل المعطيات المتوفرة في MATLAB نكتب الأمر التالي :

```
help datafun
```