



كلية العلوم

قسم الرياضيات

مبادئ التحليل الرياضي (٢٣٢) - واجب (١)
يسلم يوم الخميس ١٢ مارس ٢٠٠٩

السؤال الأول

برهن من تعريف التقارب أن

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 1}{5n^2 - 3n + 4} = \frac{3}{5}$$

ثم أكتب برهاناً آخر معتمداً على نظريات جبر النهايات.

السؤال الثاني

أوجد نهاية كل من المتتابعات:

$$x_n = \frac{n^3 + n - 1}{n^2 + 3n^3 - 5}, \quad y_n = \frac{2^n + (-2)^n}{3^n},$$

$$u_n = \frac{m(m-1) \cdots (m-n+1)}{n!}, m \in \mathbb{N}^*, \quad v_n = \frac{n}{\sqrt{n^2 + 5}}$$

السؤال الثالث

إدرس اطراد المتتابعات التالية ثم أوجد نهايتها إن أمكن.

$$x_n = -2\sqrt{n} + \left(\frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n}}\right) \quad (١)$$

$$y_n = -2\sqrt{n+1} + \left(\frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n}}\right) \quad (٢)$$

$$z_n = \cos(2^n) \quad (٣)$$

$$u_n = \frac{2^n n!}{(2n+1)(2n-1)(2n-3) \cdots 3.1} \quad (٤)$$

$$v_{n+1} = \sqrt{2 + \sqrt{v_n}} \quad (٥)$$

السؤال الرابع

أثبت أن المتتابعة

$$\frac{1}{2}, \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{6}, \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12}, \cdots, \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)}$$

تحقق شرط كوشي للتقارب، ومن ذلك استنتج أنها تقاربة. ما هي نهاية هذه المتتابعة؟