

تمارين (3)

(1) احسب التكاملات الآتية :

$$(i) \int_{-2}^4 (x-1)(x-2)dx \quad (ii) \int_0^2 |x(1-x)|dx$$

$$(iii) \int_{-1}^5 \frac{x^2}{3}dx \quad (iv) \int_{-1}^2 (x+1)^2dx$$

(2) إذا كانت $f(x) = \begin{cases} x^2 & , 0 \leq x \leq 2 \\ 3-x & , 2 < x \leq 5 \end{cases}$ ، فاحسب $\int_0^5 f(x)dx$

(3) أعط مثالا لدالتين f, g غير قابلتين للتكامل على الفترة $[0,1]$ ولكن الدالة $f+g$ قابلة للتكامل على هذه الفترة .

(4) احسب قيم التكاملات المحددة التالية:

$$(i) \int_0^1 (\sqrt{x} - \frac{2}{\sqrt{x}}) dx \quad (ii) \int_1^3 \frac{6}{x^2} dx$$

$$(iii) \int_1^4 (5x - 2\sqrt{x} + \frac{32}{x^3}) dx \quad (iv) \int_{-1}^1 (x^4 + 3x^2 + 1) dx$$

$$(v) \int_{-1}^1 (x^5 + 4x^3 + x) dx \quad (vi) \int_{-\pi/6}^{\pi/6} (x + \sin 5x) dx$$

$$(vii) \int_1^2 (x^{-2} + 1) dx \quad (viii) \int_0^1 (\sqrt{x} - x) dx$$

$$(ix) \int_1^3 (x^{-2} - x^2) dx \quad (x) \int_0^2 (x^2 - 3\sqrt{x}) dx$$

(5) حقق نظرية القيمة المتوسطة للدوال المعطاة باستخدام التكامل احدد وحدد النقطة التي يكون عندها ذلك :

(i) $f(x) = 2x$ علي الفترة $[1,3]$.

(ii) $f(x) = 3x^2$ علي الفترة $[1,5]$.

(iii) $f(x) = 3x + 1$ علي الفترة $[1,3]$.

(6) احسب التكاملات التالية :

$$(i) \int_0^{\pi} \sin x \, dx \quad , \quad (ii) \int_1^2 (2x + 3)dx \quad ,$$

$$(iii) \int_{-1}^1 (x+1)^2 dx \quad , \quad (iv) \int_0^{\pi/2} \cos x \, dx$$

(7) ناقش العلاقة بين قابلية الدالة f للتكامل علي الفترة $[a,b]$ وقابلية الدالة $|f|$ للتكامل علي الفترة $[a,b]$

(8) باستخدام تكامل ريمان احسب النهايات التالية:

$$(1) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \dots + \sqrt{n}}{n\sqrt{n}}$$

$$(2) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left(\sin\left(\frac{\pi}{n}\right) + \sin\left(\frac{2\pi}{n}\right) + \dots + \sin\left(\frac{(n-1)\pi}{n}\right) \right)$$

(9) احسب النهايات التالية :

$$(1) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x (\tan t - \sin t) dt}{x^4}$$

$$(2) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - (1-x) \int_0^x \ln(1+t) dt}{x^2(1+x)}$$

=====

=====